

Nova abordagem para a determinação das forças de reação e requisitos de potência de acionamento de uma aplanadora – uma abordagem analítica

Autores: João Soares (FEUP, Porto), Duarte Cachulo (INEGI, Porto), João Carlos Pereira (INEGI, Porto), Emanuel Sousa (INEGI, Porto) José Bessa Pacheco (FEUP, Porto), Carlos Fernandes, (FEUP/INEGI, Porto)

RESUMO

As aplanadoras são máquinas compostas essencialmente por dois conjuntos de rolos (um superior e outro inferior), pelo meio dos quais passa uma chapa metálica. O objetivo deste processo é corrigir eventuais defeitos geométricos da chapa, aliviando perfis de tensões residuais acentuados existentes ao longo da sua espessura. Este trabalho apresenta um modelo matemático em que é considerado o comportamento elasto-plástico do material da chapa. Também se inclui um novo método analítico orientado para o cálculo dos momentos, das forças de reação e das potências nos rolos de trabalho de uma aplanadora em funcionamento. O efeito da deformação provocada nos rolos de trabalho com vista à correção de defeitos ao longo da largura da chapa é posteriormente considerado no cálculo de reações do sistema.

Nomenclatura

b	: largura da chapa	$R_{BUR\ j\ i}$: reação no rolo de suporte j do rolo de trabalho i
D	: diâmetro dos rolos de trabalho	$R_{rol\ j\ i}$: reação no rolamento j do rolo de trabalho i
D_{BUR}	: diâmetro dos rolos de suporte	Rp_i	: taxa de estado plástico da chapa no rolo i
d	: diâmetro dos rolamentos dos rolos de trabalho	t	: espessura da chapa
d_{BUR}	: diâmetro dos rolamentos dos rolos de suporte	v	: velocidade linear da chapa
E	: módulo de elasticidade	y	: distância ao plano neutro da chapa
f	: resistência ao rolamento	α	: ângulo de contacto entre rolos
F_i	: força de reação do rolo i	δ	: deslocamento extra do rolo de suporte central
h_i	: penetração do rolo i	ε	: deformação
K_i	: rigidez do rolo i	ξ_i	: taxa de estado elástico da chapa no rolo i
L	: comprimento do rolo de trabalho	σ	: tensão
M_o	: momento para vencer as forças de atrito	σ_y	: tensão de cedência
M_f	: momento fletor	η	: eficiência energética
M_p	: momento para deformar plasticamente a chapa	ρ_i	: curvatura da chapa no rolo i
n	: número de rolos de trabalho	μ	: coeficiente de atrito
N	: número de termos e ordem de série	μ_b	: coeficiente de atrito nos rolamentos dos rolos de trabalho
p	: passo entre rolos da mesma cassette	$\mu_{b,BUR}$: coeficiente de atrito nos rolamentos dos rolos de suporte
P_N	: módulo tangente referente à deformação ε_N	μ_f	: coeficiente de atrito análogo à resistência de rolamento
q_i	: carga i		

1. INTRODUÇÃO

A qualidade dos processos de manipulação de chapa, como o corte por guilhotina, laser ou longitudinal, punção e conformação plástica é muito influenciada pelo estado inicial da chapa. Para melhorar a qualidade da chapa fornecida para os diferentes processos de transformação, corrigindo os seus defeitos geométricos e aliviando os perfis de tensões residuais, utilizam-se aplanadoras. Alguns dos defeitos geométricos comuns observados em chapa estão esquematicamente representados na Figura 1.

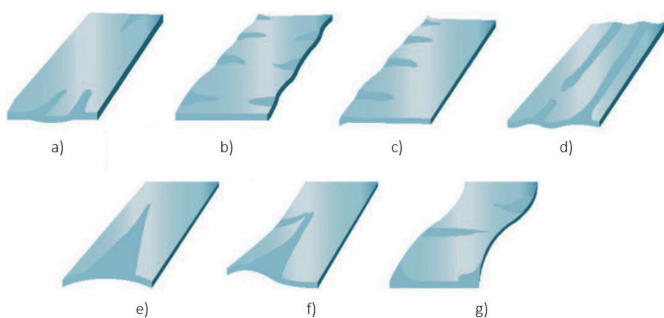


Figura 1: Defeitos geométricos comuns de chapa: a) encurvadura no centro; b) bordos enrugados; c) rugas em um bordo; d) ondulação longitudinal; e) arco transversal; f) defeito de torção; g) arco longitudinal [1].

As aplanadoras possuem dois grupos de rolos de trabalho motorizados, um inferior e outro superior, que levam a chapa a passar entre os rolos das duas estruturas, e a ser alternadamente dobrada e progressivamente aplanada.

As estruturas onde são montados os conjuntos de rolos designam-se habitualmente por cassetes, dado formarem um conjunto compacto amovível. As dobragens deformam plasticamente o material e gradualmente melhoram a sua planeza, diminuindo os picos de tensão residual. A evolução de tensões residuais ao longo da espessura da chapa está esquematicamente representada na Figura 2.

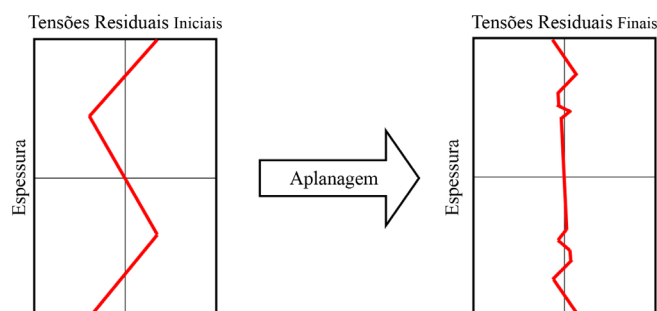


Figura 2: Representação da evolução do perfil de tensões residuais da chapa ao longo do processo.

Adicionalmente e consoante o defeito existente na chapa, a máquina pode ter capacidade para deformar os próprios rolos de trabalho ao longo do seu comprimento, criando formas côncavas ou convexas, para estirar mais a chapa em certas zonas e corrigir a sua planeza. Esta deformação é conseguida pelo movimento vertical dos rolos de suporte [BUR – Back Up Rolls] sobre a qual os rolos de trabalho assentam, e está esquematicamente representada na Figura 3. Com estas deformações, é possível preparar a máquina para atuar de forma mais eficaz na correção de defeitos de chapa presentes ao longo da largura da mesma.

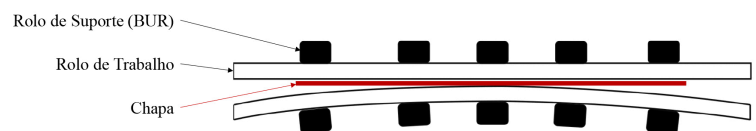


Figura 3: Disposição dos rolos de suporte para a correção de bordas de chapa onduladas.

As diferentes necessidades de correções de defeitos requerem diferentes posicionamentos dos rolos de trabalho.

A cassette superior tem a capacidade de se mover verticalmente e de se inclinar da entrada para saída da chapa, o que significa que, controlando o posicionamento vertical do lado de entrada e do lado da saída, é possível impor diferentes valores de penetração dos rolos de trabalho na chapa. Para o lado de entrada é prevista uma penetração de rolos superior, enquanto que na saída o espaço entre rolos é muito próximo à espessura da chapa, de forma a não resultar num estado final da chapa com curvatura. A representação esquemática da configuração dos rolos de trabalho pode ser observada na Figura 4, juntamente com a notação numérica usada para identificar os rolos de trabalho.

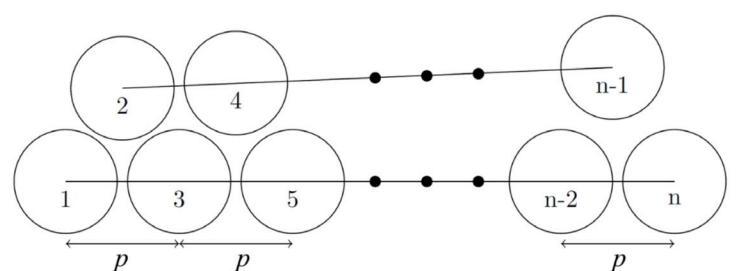


Figura 4: Penetração dos rolos de trabalho.

2. FORMULAÇÃO ANALÍTICA

2.1 Abordagem Inicial

Os valores de penetração dos rolos de trabalho impactam o estado final da chapa e pequenas variações destes parâmetros podem resultar em perfis de tensão residual finais diferentes do previsto. Para isso, as aplanadoras apresentam uma rigidez elevada, visto que qualquer deflexão dos rolos resultaria numa alteração dos valores de penetração. Os rolos de suporte que servem como apoios aos rolos de trabalho agem como uma forma de introduzir um aumento de rigidez no sistema, para além de apresentarem a capacidade de impor uma deformação localizada dos rolos de trabalho ao longo do seu comprimento axial.

Na definição dos parâmetros da aplanadora, é necessário garantir que a chapa não só passa entre os rolos, mas que se deforma nas quantidades certas para evitar um perfil de tensões final com variações acentuadas. Assim, a taxa de estado plástico, definida como a percentagem de espessura da chapa que sofre deformação plástica é um parâmetro definido no sentido de garantir qualidade do resultado. Este parâmetro está diretamente relacionado com a penetração dos rolos de trabalho, e, portanto, pode ser expresso de acordo com a equação (1). Quanto maior for a penetração, maior será a taxa de estado plástico, embora acima de um certo valor de penetração, as variações de taxa de estado plástico sejam progressivamente menores para cada variação de penetração. A taxa de estado plástico tem um valor máximo para o rolo número 3, e deve ser entre 70% a 80% para que a chapa apresente uma qualidade final satisfatória [1][2][3][4].

$$Rp_i(\%) = \begin{cases} 100 - \frac{200\sigma_y\rho_i}{Et}, & \text{se } \rho < \frac{Et}{2\sigma_y} \\ 0, & \text{se } \rho > \frac{Et}{2\sigma_y} \end{cases} \quad (1)$$

2.1.1 Comportamento do Material

Uma das abordagens para caracterizar o processo de aplanamento foi desenvolvido por *Shinkin*. Esta abordagem relaciona as tensões e deformações na região plástica a partir do comportamento elasto-plástico do material e provou ser bastante exata [5] e, por isso, a adotamos. Assim, o comportamento do material pode ser descrito como [6]:

$$\sigma(\varepsilon) = \begin{cases} E\varepsilon, 0 < \varepsilon < \varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} \\ \sigma_y + \sum_N P_N \left[\left(\varepsilon - \frac{\sigma_y}{E} + \varepsilon_N \right)^N - \varepsilon_N^N \right], \varepsilon \geq \varepsilon_y \end{cases} \quad (2)$$

Se $N=0$, este modelo iguala o comportamento perfeitamente plástico da abordagem de Prandtl. Se $N=1$, o modelo apresenta endurecimento linear, tal como representado na Figura 5, e $\varepsilon_y, P_N = P_y = \frac{d\sigma(\varepsilon_y)}{d\varepsilon}$. Se $N \geq 2$, o modelo aproxima-se sucessivamente da realidade. É demonstrado por *Shinkin* [6] que para $N=3$ o modelo apresenta uma aproximação ao comportamento real do material. Para o caso das aplanadoras, as extensões totais são baixas, com valores abaixo dos 0.2%. Assim, o uso do modelo de endurecimento linear ($N = 1$) apresenta uma aproximação satisfatória.

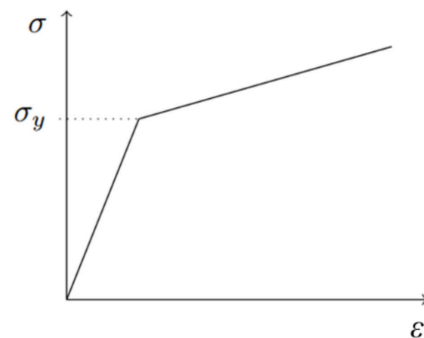


Figura 5: Modelo de endurecimento linear (N=1).

2.1.2 Momento Fletor e Forças de Reação

Para o cálculo do momento fletor a impor à chapa na zona em contacto com o rolo i , foi considerado um modelo de flexão de uma viga em 3 pontos, visto que o ângulo de contacto entre a chapa e os rolos é próximo de zero [7]. Um esquema deste modelo está representado na Figura 6, em que os 3 pontos de contacto considerados são o rolo $i-1$, i e $i+1$.

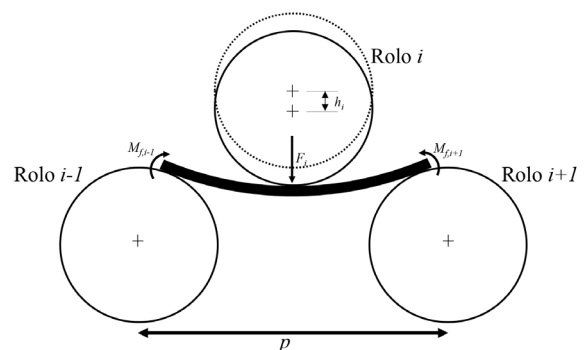


Figura 6: Representação esquemática da flexão de chapa.

O momento fletor M_f em cada rolo é dependente do estado de tensão na chapa nessa localização, que, por sua vez, é dependente da curvatura. Menores raios de curvatura resultam em maiores momentos fletores, visto que a deformação é maior.

Considerando esta relação, e considerando uma modificação do comportamento de material em que $n=2$, o momento fletor é [6][8]:

$$M_f(\rho) = \frac{1}{4}bt^2\sigma_y \left[1 - \frac{4}{3} \left(\frac{\sigma_y \rho}{Et} \right)^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{P_y}{E} \right) \left(\frac{Et}{\sigma_y \rho} \right) \left(1 - 2 \frac{\sigma_y \rho}{Et} \right)^2 \left(1 + \frac{\sigma_y \rho}{Et} \right) \right] \quad (3)$$

As forças de reação em cada rolo são obtidas considerando os cálculos prévios dos momentos fletores da chapa. Considerando o modelo anteriormente descrito da flexão de uma viga em 3 pontos, estabelece-se a equação (4).

$$F_i = \frac{2}{p} (M_{f,i-1} + 2M_{f,i} + M_{f,i+1}) \quad (4)$$

2.1.3 Raio de Curvatura

Para a determinação do raio de curvatura é proposta uma aproximação, visto que são complexos os métodos de obtenção exata de uma solução para este problema geométrico. Alguns autores usam o método de integração de curvatura, no entanto, para este trabalho foi considerada uma abordagem mais simplificada, conhecido como a aproximação de *Shinkin* [5]:

$$\rho_i = \frac{\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 + h_i^2}}{6 \cos \left[\arctan \left(\frac{p}{2h_i} \right) \right]} \quad (5)$$

Os valores de penetração de cada rolo não se encontram definidos. Contudo, é possível relacionar a taxa de estado plástico com a curvatura recorrendo à equação (1). Visto que os rolos estão todos lateralmente alinhados, a penetração tem um declive linear, o que gera uma distribuição parabólica das taxas de estado plástico na localização de cada rolo. Já foi referido que a taxa de estado plástico Rp na zona correspondente ao terceiro rolo é determinante para a qualidade final da chapa. No penúltimo rolo, este parâmetro tem um valor de zero, caso contrário

a chapa sairia da máquina plastificada e com curvatura. Assim, essas curvaturas são estabelecidas pelas equações (6) e (7):

$$\rho_3 = \frac{Et(100 - Rp_3)}{200\sigma_y} \quad (6)$$

$$\rho_{n-1} = \frac{Et}{2\sigma_y} \quad (7)$$

A partir destes valores, as penetrações nestes rolos podem ser calculadas [5]:

$$h_3 = \frac{p^2}{24\rho_3} \quad (8)$$

O que resulta em:

$$h_{n-1} = \frac{p^2}{24\rho_{n-1}} \quad (9)$$

$$h_{n-1} = \frac{p^2}{24\rho_{n-1}} \quad (10)$$

A partir daqui as penetrações referentes aos restantes rolos podem ser calculadas considerando a sua variação linear, resultante da inclinação da cassette. Desta forma, para um passo de rolo constante, as penetrações apresentam incrementos iguais, tal como está representado na Figura 7.

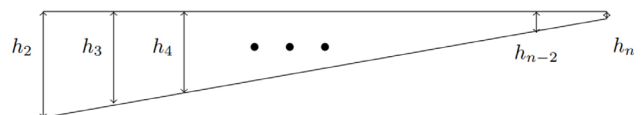


Figura 7: Evolução da penetração com o número de rolos de trabalho.

No entanto, considerando a penetração do rolo 2 obtida por esta abordagem e o raio de curvatura obtido pela equação (6), observa-se que o valor de força de reação do rolo 2 seria superior ao valor do rolo número 3, o que não é realista, visto que o rolo 3 apresenta o valor máximo deste parâmetro. Assim, a partir de observações empíricas

[2][5][9], assume-se que a relação $\rho_2 = \frac{\rho_3}{0.75}$ resulta em valores de próximos da realidade.

2.1.4 Potência

De forma a possibilitar o funcionamento da máquina, cada rolo deve ter acesso à potência P que necessita para o processo. A potência é influenciada pela velocidade da chapa, pelo diâmetro dos rolos e pelas perdas energéticas causadas pelo atrito e pela plastificação da chapa. A expressão que relaciona a potência com os binários é dada por:

$$P = (M_a + M_p) \frac{2v}{D\eta} \tag{11}$$

A potência perdida por atrito, de uma forma geral, apresenta valores próximos para todos os rolos e , por isso, as diferenças de potências entre rolos advêm principalmente da diferença de binário necessário para a deformação plástica. De acordo com Liu et al. [10], o binário necessário para a aplicação de deformação plástica está diretamente relacionado com a taxa de estado plástico em cada rolo:

$$M_p = \frac{D}{2} \sum_{i=1}^N u_{ji} \tag{12}$$

onde $u_{ji} = \frac{bt\sigma_y^2}{6E} (1 - \xi_i)^2 \left[\frac{3}{\xi_i} + \frac{1}{4}(1 - \xi_i)(3 + \xi_i) \right]$

$$\tag{13}$$

e ξ_i é a unidade de taxa de estado elástico

$$\xi_i = 1 - \frac{Rp_i(\%)}{100} \tag{14}$$

O momento devido ao atrito pode ser calculado recorrendo à equação seguinte [11]:

$$M_a = \left(f + \frac{\mu d}{2} \right) \sum_{i=1}^N F_i \tag{15}$$

Esta fórmula usa um coeficiente de atrito equivalente, que conjuga a resistência ao rolamento com o coeficiente de

atrito nos rolamentos de apoio (dos rolos de trabalho) com diâmetro d , enquanto F corresponde à força de reação em cada rolo.

A resistência de rolamento advém da deformação local da área de contacto. O binário é gerado pela força de reação que atua a uma distância f do ponto de contacto, como se observa na Figura 8. O valor de f corresponde ao coeficiente de resistência ao rolamento [11]. Existem várias fórmulas empíricas para calcular este parâmetro, e, de acordo com a literatura [13], para uma chapa metálica em contacto com um rolo compressor de trabalho, a distância f tem um valor médio de 0.0002m.

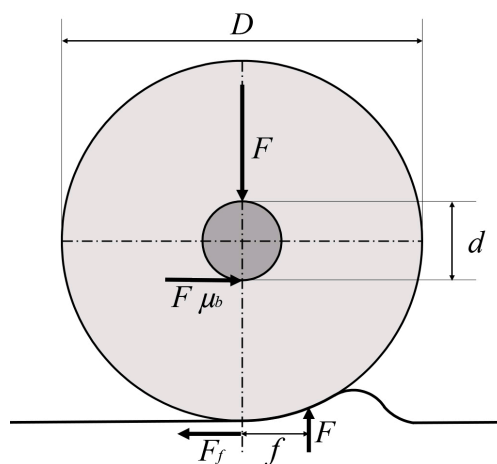


Figura 8: Resistência de rolamento.

Um coeficiente de atrito equivalente pode ser calculado [11]:

$$\mu_{eq} = \frac{2}{D} \left[\frac{d}{2} \mu_b + f \right] \tag{16}$$

onde

μ_b : coeficiente de atrito dos rolamentos.

Desta forma, a força de resistência ao avanço da chapa correspondente é igual a:

$$F_f = F \mu_{eq} \tag{17}$$

No entanto, esta formulação não está completa, visto que não considera a existência de rolos de suporte, como é o

caso das aplanadoras. Estes rolos suportam a maioria da carga, restando apenas uma fração da mesma para ser suportada pelos rolamentos de suporte. Assim, a equação (16) e a equação (17) não se aplicam aos rolos de trabalho, visto que considera que a totalidade da carga é descarregada na área de contacto dos rolamentos. Na realidade, estes coeficientes devem ser usados separadamente.

2.2 Proposta para abordagem aplicada às aplanadoras

Considerando o que foi anteriormente mencionado, é apresentada uma outra abordagem analítica para a resolução deste problema:

$$F_{a,rolo\ trabalho\ i} = \frac{2}{D} \left[f \cdot F_i + \frac{d}{2} \cdot \mu_b \cdot \sum_j R_{rol\ j,i} \right] \quad (18)$$

E:

$$M_{a,rolo\ trabalho\ i} = \frac{D}{2} F_{a,rolo\ trabalho\ i} \quad (19)$$

Por outro lado, esta abordagem é válida para os rolos de suporte, visto que a carga no contacto é igual à carga nos seus rolamentos. Assim, pode ser escrito:

$$\mu_{BUR} = \frac{2}{D} \left[\frac{d_{BUR}}{2} \mu_{b\ BUR} + f_{BUR} \right] \quad (20)$$

$$F_{a,BUR\ i} = \mu_{BUR} \sum_j F_{contacto,BUR\ j,i} \quad (21)$$

$$M_{a,BUR\ i} = \frac{D}{2} F_{a,BUR\ i} \quad (22)$$

O parâmetro corresponde à distância entre o ponto onde o contacto entre o rolo de trabalho e o rolo de suporte ocorre e o ponto onde é gerada a força de reacção. Visto que este contacto é entre dois rolos com uma elevada rigidez, este valor é menor que o gerado entre o rolo de trabalho e a chapa. Não só a chapa é mais facilmente deformada, mas também a área de contacto possui um

maior comprimento. De acordo com Niemann [11], pode apresentar valores entre 0,005 mm e 0,01 mm.

Em suma, a resistência gerada tem quatro origens: a resistência de rolamento entre os rolos de trabalho e a chapa; a resistência de rolamento entre os rolos de trabalho e os rolos de suporte; o atrito presente nos rolamentos dos rolos de trabalho; por fim, o atrito presente nos rolamentos dos rolos de suporte. Assim, forma-se a equação (23). Para ultrapassar estas perdas energéticas, é necessária uma maior potência.

$$M_{a,i} = M_{a,rolos\ trabalho\ i} + M_{a,BUR\ i} \quad (23)$$

2.3 Resultados Analíticos

2.3.1 Caso de Estudo – 1º Cenário

Com o modelo matemático descritivo deste processo, passa-se à resolução de um caso de estudo em que o modelo analítico é testado. As condições-padrão de operação da máquina serão testadas quando uma chapa a atravessa. Os parâmetros geométricos e do material usados para a execução dos métodos analíticos podem ser consultados na Tabela 1, e as propriedades mecânicas consideradas são representativas de um aço S355JR.

Tabela 1: Parâmetros analíticos.

Largura da chapa b	1500 mm	Passo dos rolos p	48 mm
Espessura da chapa t	3 mm	Diâmetro dos rolos de trabalho D	45 mm
Tensão de cedência	355 MPa	Diâmetro dos rolos de suporte	90 mm
Módulo de elasticidade E	210 GPa	Diâmetro dos rolamentos dos rolos de trabalho d	26 mm
Taxa de estado plástico no 3º rolo	80%	Diâmetro dos rolamentos do rolo de suporte d_{BUR}	45 mm
Número de rolos de trabalho n	11		

O valor considerado para o módulo tangente é de 10.7 GPa, tendo sido obtido experimentalmente [12].

2.3.2 Resultados Analíticos – 1º Cenário

Na Tabela 2 observam-se os resultados analíticos obtidos a partir do método anteriormente descrito.

A penetração foi imposta em cada rolo, de forma a garantir uma taxa de estado plástico de 80% no terceiro rolo. Quanto aos valores das restantes colunas, os resultados estão conforme o esperado, visto que apresentam máximos para o terceiro rolo, onde se observa a maior taxa de estado plástico. Para além disso, pode-se observar no gráfico presente na Figura 9, representativo da distribuição dos valores de penetração e de taxa de estado plástico de cada rolo, que a penetração apresenta uma distribuição linear enquanto os valores de taxa de estado plástico apresentam uma distribuição com forma de parábola.

Tabela 2: Resultados analíticos.

Rolo	Penetração [mm]	Taxa de Estado Plástico [%]	Momento Fletor [N·m]	Força de Reação [kN]
1	0.665	0.00	0.00	52.61
2	0.603	73.33	1262.74	160.45
3	0.541	80.00	1325.41	217.15
4	0.479	77.42	1298.01	216.25
5	0.418	74.08	1268.62	211.29
6	0.356	69.57	1235.74	205.68
7	0.294	63.17	1196.15	198.74
8	0.232	53.34	1141.81	188.64
9	0.170	36.38	1047.61	168.16
10	0.108	0.00	798.73	110.21
11	0.046	0.00	0.00	33.28

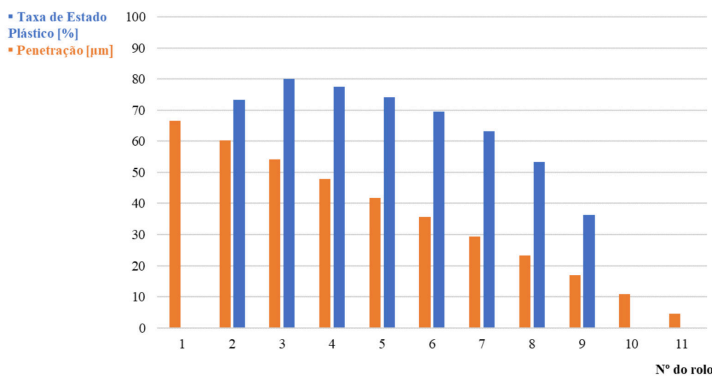


Figura 9: Distribuição de valores de penetração (escala azul) e de taxa de estado plástico (escala laranja) por rolos.

2.3.3 Caso de Estudo – 2º Cenário

Os métodos usados previamente são abordagens simples ao problema de aplanamento de chapa. No entanto, uma situação comum na realidade é o uso de rolos de trabalho deformados por ação dos rolos de suporte, com vista à correção de alguns defeitos existentes ao longo da largura da chapa. A Figura 3 apresenta um esquema de uma disposição que os rolos podem adquirir, que será alvo de estudo nesta secção. Esta disposição seria útil para corrigir o defeito de bordos enrugados, por exemplo, que se pode observar na Figura 1. Relembre-se que apenas os rolos de suporte da cassete inferior têm a capacidade de se deslocar independentemente do resto da cassete e deformar os rolos de trabalho, e, por isso, apenas os rolos de trabalho inferiores serão alvo de análise nesta secção.

Continue-se a considerar os parâmetros presentes na Tabela 1, e, adicionalmente, considere-se que cada rolo de trabalho está apoiado em 5 rolos de suporte. Os rolos de suporte e os rolamentos dos rolos de trabalho estão distribuídos ao longo do rolo de trabalho e estão todos separados por 275 mm, que equivale a um sexto do comprimento axial do rolo de trabalho. Para garantir uma deformação plástica da chapa mais acentuada na zona central do rolo de trabalho pretende-se deformar o rolo de trabalho de forma a apresentar uma flecha na sua zona de central de $\delta=0,5$ mm. Esta deformação é conseguida deslocando os rolos de suporte.

2.3.4 Resultados – 2º Cenário

2.3.4.1 Cálculo de reações

Com o objetivo de criar a deformada do rolo de trabalho desejada, é feita inicialmente a análise da configuração dos rolos de suporte que será adequada. A Figura 10 apresenta a disposição considerada, assim como a nomenclatura adotada para definir cada rolo de suporte (BUR j) e rolamento (rol i). Considerou-se um deslocamento δ do rolo central BUR 3, que resulta numa carga de reação F . Calculando a distribuição de momento fletor ao longo do eixo do rolo de trabalho, pode-se prosseguir a obter a expressão da deformada vertical y recorrendo à relação $\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M_f}{EI}$ em que EI corresponde à rigidez à flexão da viga (ou seja, do rolo de trabalho). Assim, deduz-se que a deformada do rolo de trabalho é dada pela expressão $y = \frac{F}{EI} - \frac{1}{12}x^3 + x \cdot \frac{L^2}{16}$ em que x corresponde à coordenada axial em que $x=0$ corresponde à

posição do rolamento rol 1 e $x=L$ corresponde à posição do rolamento rol 2. Assim, conclui-se que $\delta = \frac{FL^3}{48EI'}$ e, de forma a auxiliar a manter a deformada sob condições de operação, os restantes rolos de suporte são encostados à viga fletida. Recorrendo à expressão da deformada do rolo de trabalho, calcula-se que o deslocamento dos rolos BUR 2 e BUR 4 correspondem a $\frac{23}{27}\delta$ e o deslocamento dos rolos BUR 1 e BUR 5 correspondem a $\frac{13}{27}\delta$. Nestas condições, qualquer valor de δ pode ser considerado, desde que a viga se mantenha no regime elástico linear. No entanto, recorde-se que para o caso de estudo em questão considera-se que $\delta = 0,5$ mm.

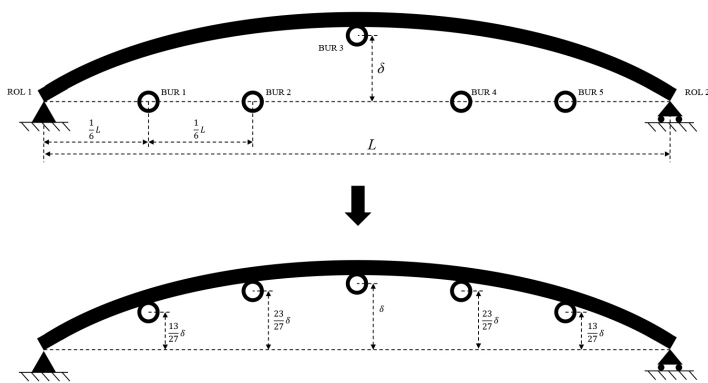


Figura 10: Posicionamento dos rolos de suporte no 2º cenário.

De forma a passar ao cálculo das forças de reação envolvidas no processo, o modelo esquematizado na Figura 11 foi considerado. Este modelo considera que existem 7 pontos de apoio do rolo de trabalho: 2 pontos imóveis referentes aos rolamentos e 5 pontos com deslocamento referentes aos rolos de suporte. O modelo também considera que existem 4 cargas distribuídas provenientes do contacto com a chapa.

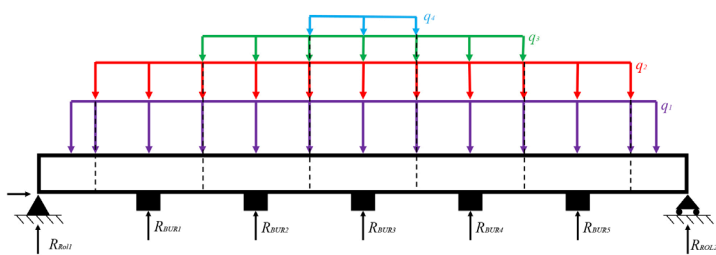


Figura 11: Distribuição de cargas ao longo do comprimento de um rolo de trabalho inferior.

Todas as cargas foram calculadas recorrendo ao modelo analítico previamente descrito para obter as forças de reação do rolo de trabalho e dividindo cada força por uma área de influência. A carga q_1 é aplicada ao longo dos 1500 mm de largura da chapa e considera-se que é proveniente da força de reação em condições de operação convencionais em que nenhum rolo de suporte possui penetração extra. Para a carga q_2 considera-se que cada rolo de trabalho i penetra a largura de $\frac{5}{6}L$ da chapa num valor de $h_i + \frac{13}{27}\delta$. O valor de força é distribuído por essa mesma largura e a carga resultante é igual a $q_1 + q_2 + q_3$. Para a carga q_3 considera-se que cada rolo de trabalho i penetra a largura de $\frac{1}{6}L$ da chapa num valor de $h_i + \delta$. O valor de força é distribuído por essa mesma largura e a carga resultante é igual a $q_1 + q_2 + q_3$. Por fim, para a carga q_4 considera-se que cada rolo de trabalho i penetra a largura de da chapa num valor de . O valor de força é distribuído por essa mesma largura e a carga resultante é igual a $q_1 + q_2 + q_3 + q_4$. Em suma, considera-se a aproximação de que a penetração de cada rolo de suporte tem um comprimento de influência de $\frac{1}{6}L$, sendo o centro da zona de influência situado no ponto de contacto com cada rolo.

De forma a facilitar o processo de cálculo das forças de reação envolvidas neste sistema, recorreu-se a um software do método dos elementos finitos em que o modelo anteriormente descrito foi construído e que, em suma, se consideraram as 4 cargas distribuídas, as 7 forças de reação (tanto dos rolos de suporte como dos rolamentos) e, por fim, os deslocamentos dos 5 pontos apoiados pelos rolos de suporte. Os resultados obtidos nesta simulação para cada rolo de trabalho podem ser consultados na Tabela 3, assim como as cargas distribuídas envolvidas.

Para o cálculo das forças de reação nos rolos de suporte e dos rolamentos também é apresentada uma alternativa ao uso de software. O princípio da sobreposição de efeitos é usado, em que se somam as forças obtidas na solução de 2 problemas estruturais.

O primeiro está representado na Figura 12. Neste primeiro problema, as 4 cargas distribuídas são consideradas, mas em vez de se considerar que os 5 apoios referentes aos rolos de suporte se deslocam, consideram-se fixos. Um método analítico de mecânica das estruturas pode ser usado para calcular as forças de reação do sistema, como o método das forças, ou o método de Cross.

Tabela 3: Forças de reação dos rolos inferiores e cargas distribuídas.

Rolo Trab.	[N/mm]	[N/mm]	[N/mm]	[N/mm]	[kN]	[kN]	[kN]	[kN]	[kN]	[kN]	[kN]	[kN]	[kN]
1	35.08	2.27	1.57	0.61	1.5	11.0	10.5	11.2	10.5	11.0	1.5	3.1	54.1
3	144.77	10.54	7.58	2.98	6.8	45.6	44.0	46.1	44.0	45.6	6.8	13.5	225.2
5	140.86	11.82	8.17	3.19	6.6	44.8	43.4	45.6	43.4	44.8	6.6	13.2	222.0
7	132.50	14.41	8.52	3.26	6.2	43.0	42.0	44.1	42.0	43.0	6.2	12.5	214.0
9	112.10	28.38	9.34	3.39	5.5	40.6	40.6	42.5	40.6	40.6	5.5	10.9	204.9
11	22.19	12.03	2.51	0.87	1.1	9.7	10.0	10.6	10.0	9.7	1.1	2.1	50.0

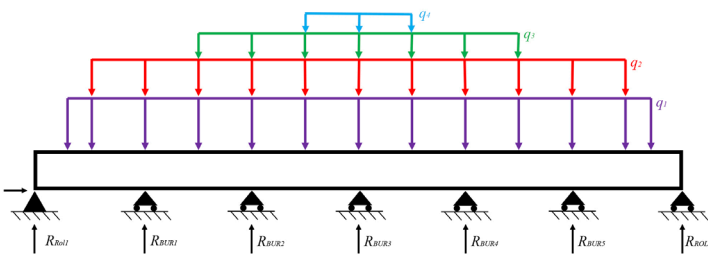


Figura 12: 1º problema mecânico considerado na sobreposição de efeitos.

O efeito do deslocamento dos rolos de suporte é considerado em separado, no segundo problema estrutural. Este está representado na Figura 13: uma viga dupla e simplesmente apoiada nas extremidades apresenta a condição de fronteira de deslocamento vertical δ mm no ponto central da viga. Note-se que os restantes apoios representativos dos rolos BUR 1, BUR 2, BUR 4 e BUR 5 não existem, visto que como estes são simplesmente encostados à viga, não exercem força de reação.

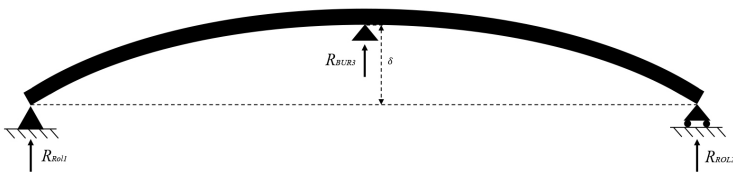


Figura 13: 2º problema mecânico considerado na sobreposição de efeitos.

Relembrando a expressão da deformada vertical $y = \frac{F}{EI} \left(-\frac{1}{12}x^3 + \frac{1}{16}x \right) \left(\frac{1}{16} \right) \cdot x \cdot (L^2)$, pode-se deduzir a seguinte relação:

$$(24)$$

$$R_{BUR3} = K\delta$$

em que

$$K = 48 \frac{EI}{L^3} = \frac{3 E\pi d^4}{4 L^3}$$

$$(25)$$

Consequentemente, as forças de reação nos rolamentos são:

$$R_{ROL1} = R_{ROL2} = -\frac{1}{2}R_{BUR3} = -\frac{1}{2}K\delta$$

$$(26)$$

Obtendo os valores de forças de reação nos rolos de suporte e nos rolamentos em ambos os problemas estruturais, estes podem ser somados, obtendo assim os mesmos valores observados na Tabela 3. Desta forma, é possível resolver o problema de uma forma completamente analítica.

2.3.4.1 Cálculo dos requisitos de carga e potência

Com o intuito de se calcular os requisitos de binário e potência da máquina, procedeu-se ao cálculo das forças envolvidas. De forma a não calcular um coeficiente de atrito que mistura o atrito de escorregamento nos rolamentos de suporte e a resistência de rolamento entre a chapa e os rolos, as resistências envolvidas devem ser tratadas separadamente.

É possível criar uma relação análoga entre a resistência de rolamento f e um coeficiente de atrito:

$$\mu_f = \frac{2f}{D}$$

$$(27)$$

Considerando um valor de $f=0,2$ mm [13], obtém-se $\mu = 0,0089$. Quanto ao atrito nos rolamentos dos rolos de trabalho, um valor de $\mu_b = 0,003$ foi usado.

Por outro lado, para os rolos de suporte, é possível combinar ambos os coeficientes segundo a equação:

$$\mu_{BUR} = \frac{2}{D} \left[\frac{d_{BUR}}{2} \mu_{bBUR} + f_{BUR} \right]$$

$$(28)$$

Considerando que o coeficiente de atrito dos rolamentos dos rolos de suporte é $\mu_{bBUR} = 0,003$, que $d_{BUR} = 45$ mm e que a resistência de rolamento entre os rolos de suporte e os rolos de trabalho podem ser considerados como $f_{BUR} = 0,01$ mm [11], então $\mu_{BUR} = 0,00344$.

Recapitulando, existem 3 coeficientes de atrito distintos: $\mu_f=0,0089$; $\mu_b=0,003$ e $\mu_{BUR}=0,00344$. Estes valores permitem o cálculo dos binários envolvidos nos rolos durante o processo estudado.

Recorrendo à equação (12) é possível obter os valores para o binário necessário para a deformação plástica da chapa, presentes na Tabela 4.

Tabela 4: Binário necessário para deformar plasticamente a chapa em cada rolo da cassetete superior.

Rolo	[N·m]
1	0
3	204.53
5	166.88
7	129.53
9	93.17
11	0

Para determinar o binário necessário para ultrapassar a resistência de atrito em cada rolo, prossegue-se à resolução de um sistema de equações. O sistema tem duas equações para cada rolo: um balanço de forças na horizontal e um balanço de forças na vertical. Esta abordagem considera as cargas que atuam nos rolos e nos rolamentos de forma separada. Uma representação esquemática do balanço de forças está representada na Figura 14. O cálculo do ângulo α é dado por $\alpha = \cos^{-1} \left(\frac{p}{D+D_{BUR}} \right)$.

Procede-se então à resolução do sistema de equações:

$$\begin{cases} \sum F_{x_i} = 0 \\ \sum F_{y_i} = 0 \end{cases} \quad (29)$$

$$\begin{cases} -\frac{2M_{p1}}{D} - \mu_f \sum_j R_{BURj,1} + \cos(\alpha)(R_1 - R_2) + \sin(\alpha)(R_1 + R_2)\mu_{BUR} = 0 \\ -\sum_j R_{BURj,1} + \sin(\alpha)(R_1 + R_2) - \cos(\alpha)(R_1 - R_2)\mu_{BUR} = 0 \\ -\frac{2M_{p3}}{D} - \mu_f \sum_j R_{BURj,3} + \cos(\alpha)(R_3 - R_4) + \sin(\alpha)(R_3 + R_4)\mu_{BUR} = 0 \\ -\sum_j R_{BURj,3} + \sin(\alpha)(R_3 + R_4) - \cos(\alpha)(R_3 - R_4)\mu_{BUR} = 0 \\ -\frac{2M_{p5}}{D} - \mu_f \sum_j R_{BURj,5} + \cos(\alpha)(R_5 - R_6) + \sin(\alpha)(R_5 + R_6)\mu_{BUR} = 0 \\ -\sum_j R_{BURj,5} + \sin(\alpha)(R_5 + R_6) - \cos(\alpha)(R_5 - R_6)\mu_{BUR} = 0 \\ -\frac{2M_{p7}}{D} - \mu_f \sum_j R_{BURj,7} + \cos(\alpha)(R_7 - R_8) + \sin(\alpha)(R_7 + R_8)\mu_{BUR} = 0 \\ -\sum_j R_{BURj,7} + \sin(\alpha)(R_7 + R_8) - \cos(\alpha)(R_7 - R_8)\mu_{BUR} = 0 \\ -\frac{2M_{p9}}{D} - \mu_f \sum_j R_{BURj,9} + \cos(\alpha)(R_9 - R_{10}) + \sin(\alpha)(R_9 + R_{10})\mu_{BUR} = 0 \\ -\sum_j R_{BURj,9} + \sin(\alpha)(R_9 + R_{10}) - \cos(\alpha)(R_9 - R_{10})\mu_{BUR} = 0 \\ -\frac{2M_{p11}}{D} - \mu_f \sum_j R_{BURj,11} + \cos(\alpha)(R_{11} - R_{12}) + \sin(\alpha)(R_{11} + R_{12})\mu_{BUR} = 0 \\ -\sum_j R_{BURj,11} + \sin(\alpha)(R_{11} + R_{12}) - \cos(\alpha)(R_{11} - R_{12})\mu_{BUR} = 0 \end{cases} \quad (30)$$

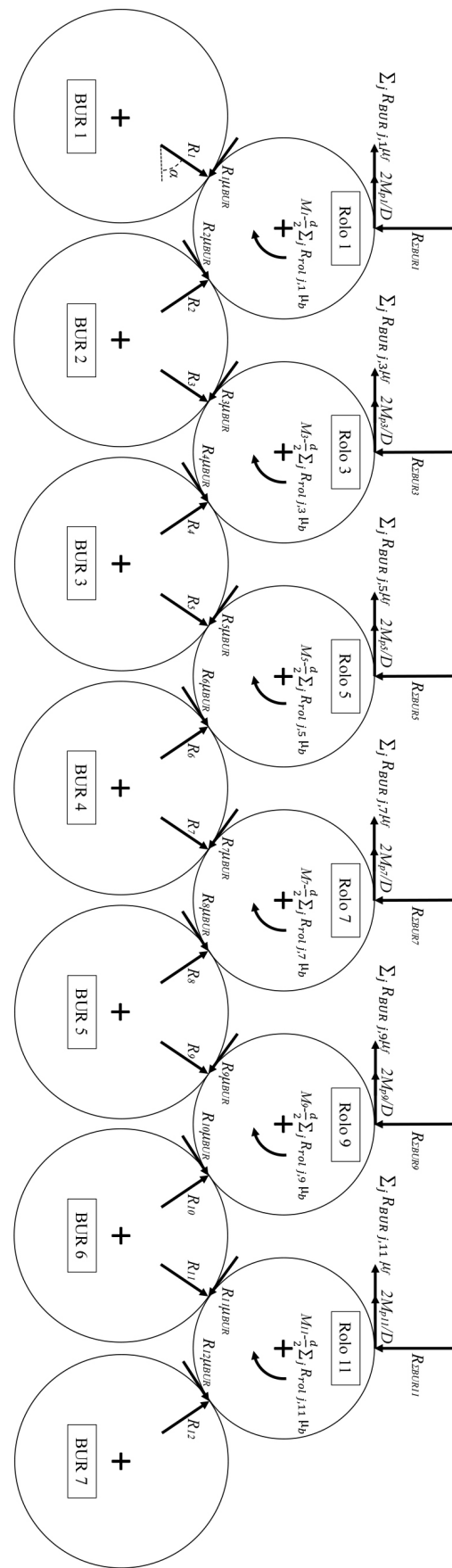


Figura 14: Diagrama de balanço de forças.

Resolvendo este sistema de equações, obtêm-se os valores para as reações, ou forças de contacto, entre cada rolo de trabalho e cada rolo de suporte:

$$\left\{ \begin{array}{l} R_1 = 29,5 \text{ kN} \\ R_2 = 28,4 \text{ kN} \\ R_3 = 135,5 \text{ kN} \\ R_4 = 105,4 \text{ kN} \\ R_5 = 131,4 \text{ kN} \\ R_6 = 106,1 \text{ kN} \\ R_7 = 124,8 \text{ kN} \\ R_8 = 104,2 \text{ kN} \\ R_9 = 117,5 \text{ kN} \\ R_{10} = 101,7 \text{ kN} \\ R_{11} = 27,2 \text{ kN} \\ R_{12} = 26,2 \text{ kN} \end{array} \right. \quad (31)$$

Estes resultados estão de acordo com o previsto, uma vez que a força de reação para o 3º rolo é a maior, e é para a zona da chapa correspondente a este rolo que se observa o maior valor de taxa de estado plástico. Para além disso, é verificado que, para cada par de reações de um rolo de trabalho, a reação do lado esquerdo (com notação ímpar) é maior. A chapa é empurrada da esquerda para a direita e, portanto, uma maior reação é gerada do lado esquerdo.

Relembrando a equação (23), e considerando $d=26$ mm,

$$M_i = M_{pi} + \left[\sum_j R_{BURj,i} \mu_f + (R_i + R_{i+1}) \mu_{BUR} + \sum_j R_{rolj,i} \mu_b \frac{d}{D} \right] \frac{D}{2} \quad (32)$$

Como se pode observar na Tabela 5, o terceiro rolo é o que apresenta o maior valor de binário, o que é expectável, visto que a força de reação nesse rolo é a maior.

Tabela 5: Momento por rolo.

Rolo	Momento M_i
1	11,0 N·m
3	250,2 N·m
5	212,7 N·m
7	173,7 N·m
9	155,1 N·m
11	10,1 N·m

3. CONCLUSÕES

O presente artigo descreve e aplica um novo método de calcular o binário e a potência requerida para os rolos de trabalho de uma aplanadora. Esta abordagem é uma versão mais refinada de métodos mais simples pré-existentes pois tem em consideração fatores que previamente eram desprezados.

O modelo matemático exposto apresenta resultados em conformidade com o esperado: o 3º rolo apresenta valores superiores de binário de acionamento e a distribuição de valores taxa de estado plástico entre rolos apresenta uma forma parabólica. Com esta nova abordagem é possível obter os momentos e as potências necessárias nos rolos de trabalho de uma forma rápida, assim como as forças de reação dos rolos de suporte.

4. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o financiamento pela operação NORTE-01-0247-FEDER-070001 PLATFORM Desenvolvimento de Módulos para Linha Conformação/Processamento de Chapa, projeto de copromoção, cofinanciado por Programa Operacional Regional do Norte (NORTE 2020), através do Fundo Europeu de Desenvolvimento Regional (FEDER).



REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Camu srl - cutting lines per l'industria e la lattoneria, Apr 2021. Acedido:06-04-2022. URL: <http://www.camu.it/>.
- [2] E. S. Soriano, "Sheet metal roll levelling optimization by means of advanced numerical models and development of new concepts for last generation materials". PhD thesis, Mondragon Unibertsitatea, 2015.
- [3] L. Chen, "Flattening, leveling, slitting, and shearing of coiled product.", *Metalworking: Sheet Forming (ASM Handbook)*, vol. 14, pp. 46–56, 2006.
- [4] V. Shinkin, "The mathematical model of the thick steel sheet flattening on the twelve-roller sheet-straightening machine. massage 1. curvature of sheet," *CIS Iron and Steel Review*, vol. 12, pp. 37–40, 2016.
- [5] V. Shinkin, "Simplified calculation of the bending torques of steel sheet and the roller reaction in a straightening machine," *Steel in Translation*, vol. 47, no. 10, pp. 639–644, 2017.
- [6] FV. Shinkin, "To question about moment at elasticoplastic bending," in *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, vol. 971, p. 042055, IOP Publishing, 2020.
- [7] B. Guan, C. Zhang, Y. Zang, and Y. Wang, "Model for the whole roller leveling process of plates with random curvature distribution based on the curvature integration method," *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, vol. 32, no. 1, pp. 1–11, 2019.
- [8] V. Shinkin, "Non-linear description of hardening zone of steel," in *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 1431, p. 012069, IOP Publishing, 2020.
- [9] V. Shinkin, "Preliminary straightening of thick steel sheet in a seven-roller machine," *Steel in Translation*, vol. 46, no. 12, pp. 836–840, 2016.
- [10] Z.-f. Liu, Y.-x. Luo, X.-c. Yan, and Y.-q. Wang, "Boundary determination of leveling capacity for plate roller leveler based on curvature integration method," *Journal of Central South University*, vol. 22, no. 12, pp. 4608–4615, 2015.
- [11] G. Niemann, "Machine elements: Design and calculation in Mechanical Engineering.", Springer Berlin, 1978.
- [12] J. Soares, "Design and pre-dimensioning of the upper cassette of an intelligent roller leveler". Master's thesis, Universidade do Porto, 2022.
- [13] X. Ma, J. Zhang, H. Li, Y. Zhou, W. Hu, and A. Wang, "Analysis on the leveling capacity of an 11-roll leveler in 2250 cross cutting line," in *2015 6th International Conference on Manufacturing Science and Engineering*, pp. 1029–1033, Atlantis Press, 2015.
- [14] M. Wójcik and A. Skrzat, "Identification of chaboche–lemaitre combined isotropic–kinematic hardening model parameters assisted by the fuzzy logic analysis," *Acta Mechanica*, vol. 232, no. 2, pp. 685–708, 2021.
- [15] E. Silvestre, J. Mendiguren, E. S. de Argandona, and L. Galdos, "Roll levelling numerical simulation using a non-linear mixed hardening material model," in *14th International Metal Forming Conference*, Krakow, Poland, pp. 1295–1298, 2012.
- [16] K. Kotov, N. Bolobanova, and D. Nushtaev, "Modeling the stress state of a steel strip with a roller leveling machine under cyclic alternating deformations," *Steel in Translation*, vol. 50, no. 11, pp. 750–755, 2020.
- [17] G. Yi, Y. Liang, C. Wang, and J. Xu, "Evolution of residual stress based on curvature coupling in multi-roll leveling," *Applied Sciences*, vol. 9, no. 22, p. 4975, 2019.
- [18] K. Perzynski, K. Pyzynski, S. Swierczynski, V. Pidvysots'kyi, J. Klis, and L. Madej, "Influence of the roll leveler setup parameters on the quality of high-strength steel leveling operation," *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 120, no. 1, pp. 1203–1217, 2022.
- [19] K. Trusov, P. Mishnev, E. Garber, N. Bolobanova, D. Nushtaev, and K. Ardatov, "Investigation of blank bow defect after roller leveler by finite element analysis," in *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 1063, p. 012192, IOP Publishing, 2018.
- [20] J.-B. Lee and S.-S. Kang, "Numerical modeling of roller leveler for thick plate leveling," *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, vol. 19, no. 3, pp. 425–430, 2018.